

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 23 日現在

機関番号：32692

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2014～2016

課題番号：26800120

研究課題名(和文)非軸対称摂動に対するブラックホールの安定性解析

研究課題名(英文)Stability Analysis of black holes against non-axisymmetric perturbation

研究代表者

富沢 真也(TOMIZAWA, Shinya)

東京工科大学・教養学環・准教授

研究者番号：20624042

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,400,000円

研究成果の概要(和文)：5次元のカルツァ・クラインブラックホール解であるDobiasch-Maisonブラックホール解の重力摂動に対する安定性について調べた。特に、重力摂動の長波長のモードに関しては、安定であることを示した。さらに、5次元最小超重力理論の厳密解として、レンズ空間のトポロジーを持つ新しいブラックレンズ解やその多体ブラックホール解を構成し、その物理的性質や解の安定性について議論した。

研究成果の概要(英文)：In these works, we have studied stability for the Dobiasch-Maison black hole solution in the five-dimensional Kaluza-Kein theory and have shown that they can be stable against a zero mode of gravitational perturbation. Furthermore, we have also constructed new topological black hole (multi-black holes) solutions in five-dimensions whose horizon topologies are lens spaces and have discussed the stability and physical properties.

研究分野：相対性理論

キーワード：ブラックホール 安定性 5次元 トポロジー 超重力理論

1. 研究開始当初の背景

近年のブレンワールドや AdS/CFT 対応の登場によって、超弦理論のような高次元理論を実験的に検証するうえで、高次元ブラックホールは重要な地位を築きつつある。5次元(以上)の高次元理論では、ブラックホール解は一つだけではない。2002年、Emparan と Reall によって、同じ質量と角運動量を持つが、トポロジー(形状)の異なる3つの解、「ブラックホール解」と2種類の「ブラックリング解(ファット・リング解とシン・リング解)」が発見されたのだ。このように、4次元の場合とは異なり、高次元ブラックホール解は、唯一つではないことが明らかにされたため、他にも多くの未知の定常ブラックホール解が存在するであろうと、多くの研究者によって考えられている。実際、このブラックリング解の発見を契機に、土星のような形状の「ブラックサターン解」や2体のブラックリングである「ブラックダイリング解」など多様な構造をもつ解が次々と発見されたのである。

4次元のアインシュタイン理論のブラックホール解は、重力摂動に対して安定であることが証明されている。一方で、高次元の理論では、非回転ブラックホールのような単純な解に関しては、ある程度、その安定性が調べられてきたが、回転ブラックホール解やブラックリング解のような対称性が低く複雑な解や重力多体系であるブラックサターン解に関しては、ほとんど研究されておらず、その安定性(不安定性)について、ほとんど明らかにされていない。一般的に、これら重力解の安定性解析を行うためには、重力解に摂動を加え(詳しくは後述)その摂動方程式と呼ばれる連立型偏微分方程式を解くことが必要である。その摂動が時間と共に減衰すれば、解は「安定」で、逆に増幅すれば「不安定」であるという。ところが、近年の研究で、4次元ブラックホール解とは異なり、多

くの高次元ブラックホール解に関して、その摂動方程式の変数分離が不可能であるため、解析的に解くことが困難であることが明らかにされてきた。従って、従来の方法ではなく、新しい安定性解析の方法を開拓すると共に、現在発見されているブラックホール解の安定性(不安定性)を解明することが望まれていたのである。

2. 研究の目的

最近、Figueras 達によって、ブラックホールの不安定性を判定するための「局所ペンローズ不等式を使った新しい方法」が考案された(P. Figueras, K. Murata and H. S Reall, Class. Quantum Grav. 28 (2011) 225030)。この方法を用いてブラックリング解(ファット・リング)の不安定性が証明されたものの、現段階でその他のブラックホールに適用された例があまりない。また、この方法は、軸対称性をもった「制限された摂動」にしか適用できないという弱点がある。以上を踏まえて、本研究の目的は、以下のことを明らかにすることである。

- (1) Figueras らの方法を、非軸対称性な場合に適用できるように適用範囲を広げ、これまでほとんど研究されてこなかった「非軸対称摂動」にも有効な新しい方法を確立する。
- (2) 新しい非自明なホライズントポロージーを持つ5次元ブラックホール解を構成し、安定性を調べる。

3. 研究の方法

ブラックホールが安定であるとは、ブラックホールに十分小さな摂動を与えた時に、その摂動が重力波を放出しながら遠方に散逸し、徐々に元の定常なブラックホール解に落ち着いていくということである。ブラックホールは、アインシュタイン方程式の解によって記述される、と考えられている。数学的には、アインシュタイン方程式に対する線形摂動(摂動方程式と呼ばれる)を考えて、その

摂動解が時間と共に減衰すれば、ブラックホールは安定ということになる。4次元アインシュタイン理論の定常ブラックホール解は、唯一つで、安定であることが知られているが、高次元アインシュタイン理論の定常ブラックホール解も安定であるとは限らない。実際、高次元ブラックホール解として知られるブラックストリング解は、重力摂動に対して不安定であることが Gregory と Laflamme によって（摂動方程式を解くことによって）初めて証明された。ただし、高次元理論では、多種多様な定常ブラックホール解が存在し、対称性の高い解を除いては、摂動方程式が変数分離できず、その摂動の時間的進化を解析的に求めることが困難となっている。

こうした問題を解決する一つの強力な方法として、局所ペンローズ不等式を用いた「ブラックホールの不安定性の判定基準」を与える方法が、最近、Figueras らによって提案されたのだ。一般的に、ブラックホールの面積は、時間と共に増大する。これは、「ブラックホールの面積定理」として知られ、数学的に厳密に証明されている。もし、ブラックホールが安定であるならば、ブラックホールに摂動を加えると、ブラックホールの面積は時間と共に増大し、元の定常ブラックホールに落ち着くが、初期時刻における摂動ブラックホールの質量の一部は重力波として遠方に逃げていくので、質量は減少していく。一方で、軸対称な定常ブラックホール解の面積は、質量の単調増加関数なので、終状態の定常ブラックホールの面積よりも、初期時刻における質量の定常ブラックホール解の面積のほうが（質量が大きいのので）大きくなることになる。したがって、もしブラックホールが安定ならば、初期時刻におけるブラックホールの摂動解の面積より、初期時刻の全エネルギーに対する定常ブラックホールの面積のほうが大きいという不等式が成立する。

以上を踏まえて以下の研究を行った。

(1) 「局所ペンローズ不等式による手法」を非軸対称な摂動に対して数理的定式化を行う。

(2) カルツァ・クラインブラックホールの安定性を調べる

(3) 新しいブラックレンズ解を構成し、その安定性を調べる

4. 研究成果

(1) 従来の「局所ペンローズ不等式による手法」を、非軸対称摂動が扱えるように適用範囲を広げることを考えた。非軸対称摂動に関しても、ある特別な摂動（ある座標に関して単調増加関数で表せる摂動）を考えて、ブラックホール解のパラメータ領域（つまり、質量と角運動量を）を適切に制限すれば、同じように局所ペンローズ不等式が成立することを示した。

(2) 5次元の漸近平坦な回転ブラックホール解である Myers-Perry ブラックホールについては、軸対称摂動に対して安定であるが、コンパクト化されたブラックホール解であるブラックストリングは、長波長摂動に対して、Gregory-Laflamme 不安定を示すことが知られている。また、コンパクト化されたブラックホール解である Dobiash-Maison 解は、Myers-Perry 解を変形することによって得られるが、その安定性については（ブラックストリング解と Myers-Perry 解の）どちらの性質を示すのか自明ではない。本研究では、特に、Dobiash-Maison 解に焦点を当てて、ゼロモードと幾つかの非軸対称モードに関しては、ブラックホールは安定性であることを示した。

(3) ブラックサターン解やブラックダイリング解などの多体系を記述する重力解は、逆散乱法などのソリトンの手法によって発見された解である。このようなソリトン解にとって、従来の局所ペンローズ不等式より適切な局所ペンローズ不等式を導くため、（最初

のステップとして)逆散乱法を用いることによって軸対称な重力ソリトン波解を導出した。特に、逆散乱法によって新しいソリトンの重力波解を導出し、その解の構造や非線形効果について調べた。さらに、多体系重力解を記述する新しい「局所ペンローズ不等式」を導いた。

(4) 逆散乱法によって新しい非線形重力波を記述するソリトン解を導出し、その解の構造や非線形効果について調べた。特に、非線形重力波の重力ファラデー効果や伝搬速度の時間遅延効果が起こることを明らかにした。

(5) Hawking のトポロジー定理によると、4次元の定常時空では、ブラックホールの表面のトポロジー(形状)は、球面に限られる。しかし、5次元(以上)の高次元理論では、許されるブラックホールのトポロジーは球面一つだけではない。例えば、5次元理論へ一般化されたトポロジー定理は、球面 S^3 、リング形状 $S^1 \times S^2$ 、レンズ空間 $L(p, q)$ (p, q : 互いに素な整数) の3つのトポロジーを許容する。高次元ブラックホールの安定性解析のさらなる一般化を試みるために、5次元最小超重力理論の厳密解として、 $L(n, 1)$ 型レンズ空間のトポロジーを持つ新しいブラックレンズ解を構成し、その物理的性質や解の安定性について議論した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計7件)

三島隆、富沢真也、Construction and application of variations on the cylindrical gravitational waves of Weber-Wheeler and Bonnor、Physical Review D に掲載決定、査読有
富沢真也、奥田太夏、Asymptotically flat multi-black lenses、Physical Review D 95, pp.064021:1-11, 2017、
査読有、
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.95>

.064021

富沢真也、野澤真人、Supersymmetric black lenses in five dimensions、Physical Review D 94, pp.044037:1-14, 2016、
査読有、
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.94.044037>

伊形尚久、富沢真也、Gravitational two-solitons in Levi-Civita spacetime、Classical and Quantum Gravity 33, pp.185005:1-16, 2016、
査読有、
10.1088/0264-9381/33/18/185005

伊形尚久、富沢真也、Gravitational solitons in Levi-Civita spacetime、Physical Review D 91, 12, pp.124008:1-8, 2015、
査読有、
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.91.124008>

富沢真也、三島隆、Non-linear effects for gravitational two-soliton、Physical Review D 91, 12, pp.124058:1-12, 2015、
査読有、
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.91.124058>

富沢真也、三島隆、New cylindrically symmetric gravitational soliton waves and gravitational Faraday rotation、Physical Review D 90, pp.044036:1-7, 2014、
査読有、
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.044036>

[学会発表](計18件)

三島隆、富沢真也、調和写像を用いた円筒対称重力波解の生成とその応用、日本物理学会、第72回年次大会、大阪大学(大阪府豊中市)、2017年3月
富沢真也、奥田太夏、漸近平坦な多体ブラックレンズ、日本物理学会(大阪府豊

中市) 第 72 回年次大会、大阪大学、2017 年 3 月

富沢真也、野澤真人、5 次元時空の漸近平坦で、定常なブラックレンズの正則解とその多体系、第 18 回特異点研究会、立教大学(東京都豊島区)、2016 年 12 月

富沢真也、野澤真人、漸近平坦な超対称ブラックレンズ、東京工業大学・茨城大学素粒子論研究室合同研究会 2016、桜荘(山梨県南都留郡富士河口湖町)、2016 年 10 月

富沢真也、野澤真人、Asymptotically flat black lenses、JGRG26、大阪市立大学(大阪府大阪市)、2016 年 10 月

富沢真也、三島隆、Generation of non-solitonically cylindrically symmetric gravitational waves with mode-mixing by the harmonic mapping method、JGRG26、大阪市立大学(大阪府大阪市)、2016 年 10 月

富沢真也、野澤真人、漸近平坦な超対称ブラックレンズ、日本物理学会、2016 年秋季大会、宮崎大学(宮崎県宮崎市)、2016 年 9 月

伊形尚久、富沢真也、レヴィ・チビタの重力 2 ソリトン、日本物理学会、第 70 回年次大会、東北学院大学(宮城県仙台市)、2016 年 3 月

三島隆、富沢真也、円筒対称重力波ソリトンについてのコメント、第 17 回特異点研究会、慶応義塾大学日吉キャンパス(神奈川県横浜市)、2016 年 1 月

富沢真也、三島隆、漸近平坦ブラックレン、第 17 回特異点研究会、慶応義塾大学日吉キャンパス(神奈川県横浜市)、2016 年 1 月

富沢真也、Dobiasch-Maison ブラックホール の安定性について、東京工業大学・茨城大学素粒子論研究室合同研究会

2015、学校法人群馬パース学園内星の降る郷 セミナーハウス高山(群馬県高崎市)、2015 年 10 月

富沢真也、三島隆、重力 2 ソリトンの解の構成とその性質、現象解析セミナー、東京理科大学神楽坂キャンパス(東京都新宿区)、2015 年 9 月

富沢真也、伊形尚久、レヴィ・チビタの重力ソリトン、日本物理学会 2015 年秋季大会、大阪市立大学(大阪府大阪市)、2015 年 9 月

三島隆、富沢真也、新しい円筒対称重力波ソリトン解の新奇な特性、日本物理学会 2015 年秋季大会、大阪市立大学(大阪府大阪市)、2015 年 9 月

富沢真也、三島隆、円筒対称な非線形重力波のソリトン解、日本物理学会 第 70 回年次大会、早稲田大学(東京都新宿区)、2015 年 3 月

富沢真也、三島隆、円筒対称な重力波ソリトン解の非線形的特性の解析、日本物理学会 第 70 回年次大会、早稲田大学(東京都新宿区)、2015 年 3 月

富沢真也、三島隆、Pomeransky の改良型逆散乱法によって生成される円筒対称非線形重力波の 2 ソリトン解、第 16 回特異点研究会、名古屋大学(愛知県名古屋市)、2015 年 1 月

富沢真也、三島隆、Cylindrically symmetric gravitational two-soliton waves and its Faraday effect、JGRG24、東京大 IPMU(千葉県柏市)、2014 年 11 月

6. 研究組織

(1) 研究代表者

富沢真也 (TOMIZAWA Shinya)
東京工科大学・教養学環・准教授
研究者番号：20624042